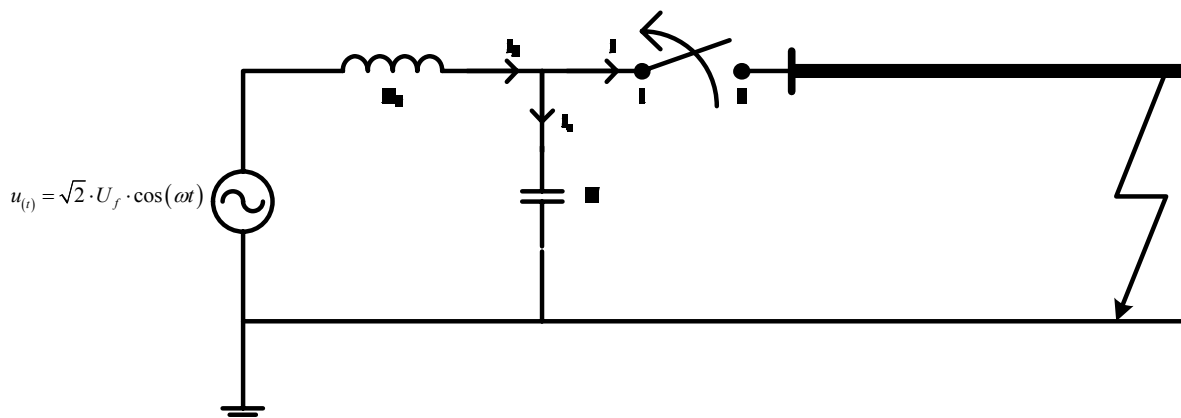


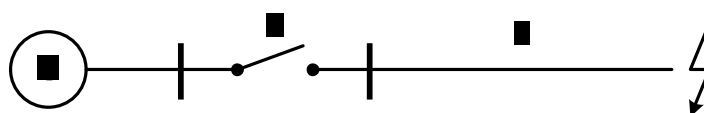
Modellering og simulering af dynamiske systemer
Afsluttende Projekt opgave
**Simulering af
Afstandskortslutning**

Indledning

Projektet går ud på at finde passende (dvs. størrelse ikke type) bryder, med hensyn til maksimal spænding over brydergabet og stejlheden. Ud fra IEC 60056 defineres afstandskortslutning som; ”En kortslutning på en luftlinie i en kort, men betydningsfuld afstand fra effektafbryderens klemme.” Det viser sig, at en kortslutning som indtræffer på en afstand af nogle hundred meter til nogle få kilometer fra effektafbryderen, er særlig vanskelig af bryde på grund af stejlheden af den tilbagevendende spænding (TRV – Transient Return Voltage) umiddelbart efter strømmens nulgennemgang.¹ Afstandskortslutning kaldes også ”short circuit fault” og ”kilometric fault”.



Figur 1 Enfaset ækvivalentdiagram for afstandskortslutning



Figur 2 Etstregdiagram af afstandskortslutning

Hvor C er spredningskapacitansen til jord fra afbryderens pol nummer 1. L_k er kortslutningsinduktansen per fase og U_f er fasespændingen. I projektet antages at effektafbryderen er installeret i 150 kV net (som giver fasespænding på 86,6 kV) med frekvens på 50 Hz. Luftledningens reaktans er opgivet til $0,4 \frac{\Omega}{\text{km}}$, det giver induktans for linjen Ll som 1,27 mH. Fejlstedet ligger 600 meter på luftledningen. Kortslutningsinduktansen sættes til 15 mH og spredningskapacitansen til 10 nF. Valgte værdier kommer fra opgave HAN102 fra kurset HAN1. Opgaven HAN102 er lavet af Henny K. Nielsen.

¹ Henny K. Nielsen. HAN1 kompendium afsnit 8.5 side 116

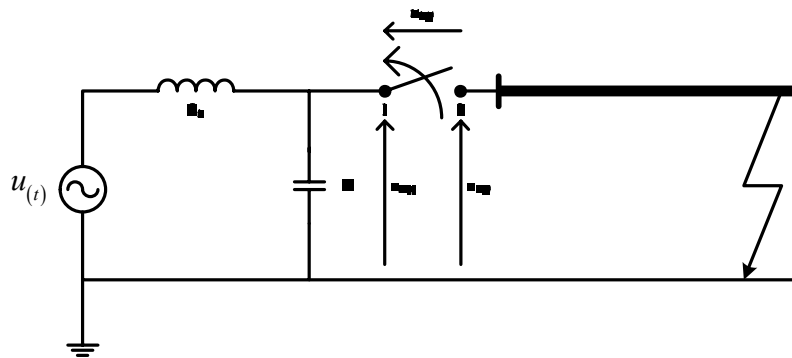
I rapporten vil tilbagevendende spændingen blive udledt med superpositionsmetoden hvor spændingen over brydergabet deles op i transient og stationær tilstande. Samt superpositionen anvendes strøm injektionsprincippet til udledning af det transientforløb. Her vælges at kigge på den tilbagevendende spænding til $10 \cdot \tau$, dvs. det er 5 reflektioner fra fejlstedet til bryderen, hvor det tager $2 \cdot \tau$ for vandrebølgen at komme til bryderen igen.

Der ses bort fra dæmpning i systemet og belastningen betragtes som en ren induktans belastning, dvs. "worst – case" betragtninger. Generatoren vil være modellen som en ideelle spændingskilde og det forudsættes, at generatorspændingen er stiv. Bryderen antages som en ideelle afbryder, dvs. den bryder ved strømmens nul gennemgang.

Læsevejledning

Det faglige indhold i rapporten, kræver i vist grade indsigt i stærkstrømsteknik og differentialeligninger. Indholdet følger kursuset HAN1 – Højspændingsanlæg, som er på 6. semester på stærkstrømsretning ved Ingeniørhøjskolen Odense Teknikum. Til løsning af projektet anvendtes MatLab R13 og Simulink 5. udgave.

Teori



Figur 3 viser spændingerne $u_{H(t)}$ og $u_{V(t)}$ på bryderen, samt spændingen over bryderen.

For at udlede spændingen (den transientforløb) over bryderens poler, når der sker en afstandskortslutning, vil der anvendes strøm injektionsprincippet. Udfra figur 3 kan udtrykket til spændingen over brydergabet findes til

$$u_{b(t)} = u_{V(t)} - u_{H(t)} = (u_{Vs(t)} + u_{Vi(t)}) - (u_{Hs(t)} + u_{Hi(t)}) \quad \text{Ligning 1}$$

Hvor $u_{V(t)}$ er spændingen på venstresiden af bryderen og $u_{H(t)}$ er spænding på højre siden. Disse to spændinger deles så op i spændingen i stationært tilstand (syntaks s) og spændingen under transientforløb (syntaks i , som her vises som spændingen som induceres på grund af den injicerede strøm).

Fra $t = 0$ injiceres en strøm over bryderpolerne, som er lige stor, men modsat retter den stationære kortslutningsstrøm, der løber før brud. Ved bestemmelsen af den stationære kortslutningsstrøm antages at se bort fra strømmen i gennem spredningskondensatoren C , som medfører en ren induktiv belastning. Denne antagelse kan accepteres på grund af spredningsreaktansen er meget større en belastningens kortslutningsreaktans.

$$\frac{1}{\omega \cdot C} \gg \omega \cdot (L_k + L \cdot l) \quad \text{Ligning 2}$$

Hvor L er luftliniens induktans per fase, per længdeenhed i H/km og l er længden af linien fra bryderen og til fejlstedet i km. Ved at indsætte give værdier ind i ligning 2 ses at belastningens korslutningsreaktansen er meget mindre en spredningsreaktansen

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} \square \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot (15 \cdot 10^{-3} + 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6)}{318 \text{ k}\Omega \square 5 \Omega}$$

Den stationære kortslutningsstrøm findes dermed som

$$i_{s(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$i_{s(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \text{Ligning 3}$$

Hvor U_f er fasespændingen. Stationærværdien af spændingerne på henholdsvis højre og venstre siden af bryderpolerne er den samme idet at bryderen antages som en ideelle bryder

$$u_{Vs(t)} = u_{Hs(t)} = i_{s(t)} \cdot \omega \cdot (L_k + L \cdot l) = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{Ligning 4}$$

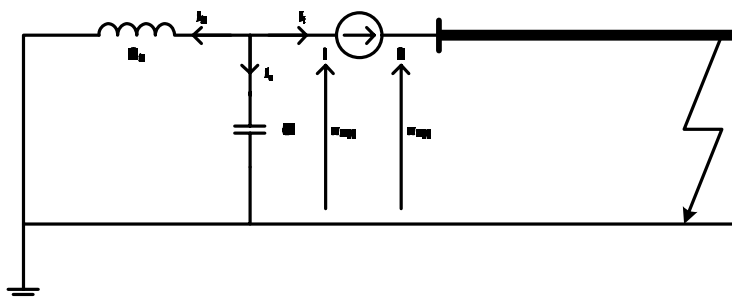
Laplacetransformation giver følgende

$$L u_{Hs(t)} = U_{Hs(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2}\right) \quad \text{Ligning 5}$$

Da den stationære kortslutningsstrøm er beregnet med ligning 3 så er muligt at finde den injicerede strøm $i_{i(t)}$, som var modsat rettet ved den stationære kortslutningsstrøm

$$i_{i(t)} = -i_{s(t)} = -\frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Til at finde spændingerne, henholdsvis på venstre siden $u_{Vi(t)}$ og højre siden $u_{Hi(t)}$ af bryderen, som skyldes den injicerede strøm anvendes superposition. Spændingsgeneratoren er kortsluttet og i stedet for bryderen indsættes en strømgenerator, som viser den injicerede strøm.



Figur 4 viser hvordan strøm injektionsprincippet forgås, med at kortslutte spændingsgeneratoren og indsætte strømgenerator i staden for afbryderen.

Spændingen $u_{Vi(t)}$ bestemt

I følge Kirchoff's strømlov for knudepunkt 1 (på venstre siden af bryderen) findes den injicerede strøm.

$$i_{i(t)} + i_{k(t)} + i_{C(t)} = 0 \quad \text{Ligning 6}$$

Hvor i_k er kortslutningsstrømmen i gennem L_k , og i_C er strømmen i gennem spredningskondensatoren. Strømmen i gennem spredningskondensatoren kan udtrykkes som

$$i_{C(t)} = C \cdot \frac{du_{Vi(t)}}{dt} \quad \text{Ligning 7}$$

Spændingen over kortslutningsinduktansen L_k kan findes med

$$u_{Vi(t)} = L_k \cdot \frac{di_{k(t)}}{dt} \quad \text{Ligning 8}$$

Med indsætning af ligninger 7 og 8 ind i ligning 6 fås anden ordens differentielligning for spændingen $u_{Vi(t)}$

$$\frac{d^2 u_{Vi(t)}}{dt^2} + \frac{1}{L_k \cdot C} u_{Vi(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{C \cdot (L_k + L \cdot l)} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{Ligning 9}$$

Differentielligningen har to løsninger, den transiente og stationære løsninger.

$$u_{Vi(t)} = u_{Vis(t)} + u_{Vit(t)} \quad \text{Ligning 10}$$

Hvor den stationære spænding $u_{Vis(t)}$ er fundet i forvejen (ligning 4) så er kun nødvendigt at finde den transiente spænding $u_{Vit(t)}$, den har løsningen af formen

$$u_{Vit(t)} = A \cdot \sin(\omega_t \cdot t) + B \cdot \cos(\omega_t \cdot t) \quad \text{Ligning 11}$$

Hvor ω_t er frekvensen af den tilbagevendende spænding og kan findes som

$$\omega_t = \frac{1}{\sqrt{L_k \cdot C}} \quad \text{Ligning 12}$$

Ved at indsætte ligninger 4 og 11 ind i ligning 10 bliver den kombination den totale løsning af differentielligningen for spændingen på venstre siden af bryderen $u_{Vi(t)}$

$$u_{Vi(t)} = A \cdot \sin(\omega_t \cdot t) + B \cdot \cos(\omega_t \cdot t) + \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{Ligning 13}$$

Til bestemmelse af faktorerne A og B anvendes følgende to grænsebetingelser:

1. For $t = 0$ er $u_{Vi(t)} = 0$.

I det øjeblik, at strømmen $i_{i(t)}$ injiceres, er der ingen spænding over spredningskondensatoren C , på grund af den injicerede strøm.

2. For $t = 0$ er $i_c(0) = 0$. Som svarer til, at $du_{Vi}/dt = 0$

I det øjeblik, at strømmen $i_{i(t)}$ injiceres, løber der ingen strøm i gennem spredningskondensatoren C , på grund af den injicerede strøm.

Faktoren B findes ved hjælp af grænsebetingelse nummer 1, som indsættes i ligning 10. Dette giver følgende udtryk

$$0 = A \cdot \sin(0) + B \cos(0) + \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(0) \Leftrightarrow$$

$$B = -\frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l}$$

Samme skal forgås så A faktoren kan findes men med grænsebetingelse nummer 2

$$\left. \frac{du_{Vi}}{dt} = A \cdot \frac{1}{\omega_t} \cdot \cos(\omega_t \cdot t) - B \cdot \frac{1}{\omega_t} \cdot \sin(\omega_t \cdot t) - \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \sin(\omega \cdot t) \right|_{t=0} \Leftrightarrow$$

$$0 = A \cdot \frac{1}{\omega_t} \cdot \cos(0) - B \cdot \frac{1}{\omega_t} \cdot \sin(0) - \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \sin(0) \Leftrightarrow$$

$$0 = A \cdot \frac{1}{\omega_t} \Leftrightarrow A = 0$$

Det endelige udtryk for transient spændingen $u_{Vi(t)}$

Det endelige udtryk for $u_{Vi(t)}$ fås ved at indsætte faktorerne A og B ind i den totale differentielle løsning (ligning 10)

$$u_{Vi(t)} = -\frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega_t t) + \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega \cdot t) \Leftrightarrow$$

$$u_{Vi(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot (\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega_t \cdot t)) \quad \text{Ligning 14}$$

Laplacetransformation giver følgende

$$\mathcal{L} u_{Vi(t)} = U_{Vi(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{s}{s^2 + \omega_t^2} \right) \quad \text{Ligning 15}$$

Det endelige udtryk for spændingen på venstre siden af bryderen $u_{V(t)}$

Superposition giver at spændingen på bryderens venstre pol, er summen af spændingen på grund af den injicerede strøm og stationærværdien af spændingen

$$u_{V(t)} = u_{Vs(t)} + u_{Vi(t)}$$

$$u_{V(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L \cdot l}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \left(-\frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot (\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega_t \cdot t)) \right)$$

Yderlige reduktion giver

$$u_{v(t)} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) - \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega_l \cdot t) \right) \quad \text{Ligning 16}$$

Og Laplacetransformation giver

$$L u_{v(t)} = U_{V(s)} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_l^2} \right) \quad \text{Ligning 17}$$

Spændingen $u_{Hi(t)}$ bestemt

For at finde spændingen på højre siden af bryderen, u_{Hi} , må luftlinien, mellem bryderen og fejlstedet, betragtes som en bølgeimpedans på grund af den injicerede strøm.

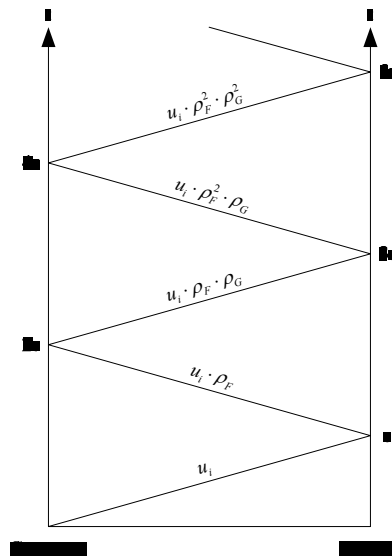
$$Z = \sqrt{\frac{L}{C_l}} \quad \text{Ligning 18}$$

Hvor L , som før, er liniens induktans og C_l er liniens kapacitans, begge to er per længdeenhed. Vandretiden τ kan findes som

$$\tau = \frac{l}{v} = l \cdot \sqrt{L \cdot C_l} \quad \text{Ligning 19}$$

for vandrebølgehastigheden v (for luftlinie regnes med hastigheden $300 \text{ m}/\mu\text{s}$) som

$$v = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C_l}}$$



Figur 5 Bølgediagram for vandrebølge mellem bryderens højre pol og fejlstedet.

Ved bryderen injiceres strømmen i_i . Det er kun interessant hvad sker omkring strømmens nulgennemgang, dermed kan den injicerede strøm tilnærmes som lineært stigende strøm, $\sin(x)$ af små værdier er lig med x

$$i_i = -i = \frac{-\sqrt{2} \cdot U_f}{\omega \cdot (L_k + L \cdot l)} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cong \frac{-\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot t \quad \text{Ligning 20}$$

Hvis strømmen i_i ganges så med bølgeimpedansen så findes udtryk for spænding som vandrer på linien, fra bryderens højre pol til fejlstedet og tilbage igen. Denne spændingsvandring vises på figur 5. Udtrykket for spændingen kan findes med

$$u_i = Z \cdot i_i = -Z \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot t \quad \text{Ligning 21}$$

Spændingen reflekterer fra fejlstedet til bryderen og tilbage igen, derfor skal spændingen ganges med refleksionskoefficient på fejlstedet (ρ_F) og med koefficient ved strømgeneratoren (ρ_G). Disse faktoren vælges til -1 og 1.

$$\rho_F = \frac{0 - Z}{0 + Z} = -1 \quad \text{og} \quad \rho_G = \frac{\infty - Z}{\infty + Z} = 1$$

Ud fra bølgediagrammet bestemmes spændingen på højre bryderpolen som

$$u_{Hi(t)} = u_i + u_i \cdot \rho_F \cdot (1 + \rho_G) \cdot (t - 2 \cdot \tau) + u_i \cdot \rho_F^2 \cdot \rho_G \cdot (1 + \rho_G) \cdot (t - 4 \cdot \tau) + \dots$$

Parentesen, $(t - n \cdot \tau)$ defineres på følgende måde

$$(t - n \cdot \tau) = \begin{cases} 0 & \text{for } t \leq n \cdot \tau \\ (t - n \cdot \tau) & \text{for } t \geq n \cdot \tau \end{cases}, \text{ hvor } n = 2, 4, 6, 8, \dots$$

Med at indsætte u_i ind i ligningen til $u_{Hi(t)}$ kan spændingen som den injicerede strøm inducerer på højre siden findes

$$u_{Hi(t)} = -Z \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot (t - 2 \cdot (t - 2 \cdot \tau) + 2 \cdot (t - 4 \cdot \tau) - 2 \cdot (t - 6 \cdot \tau) + \dots) \quad \text{Ligning 22}$$

Her har været valgt at kigge på tiden efter $10 \cdot \tau$ dermed kan parentesen, $(t - n \cdot \tau)$ reduceres til følgende

$$(t - 2 \cdot (t - 2 \cdot \tau) + 2 \cdot (t - 4 \cdot \tau) - 2 \cdot (t - 6 \cdot \tau) + 2 \cdot (t - 8 \cdot \tau) - 2 \cdot (t - 10 \cdot \tau)) = (-t + 12 \cdot \tau)$$

Og spændingen reduceres derfor til

$$u_{Hi(t)} = -Z \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot (-t + 12 \cdot \tau) \quad \text{Ligning 23}$$

Laplacetransformation giver følgende

$$L u_{H(t)} = U_{H(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{1}{s^2} - \frac{12}{s} \right) \quad \text{Ligning 24}$$

Det endelige udtryk for spændingen på højre siden af bryderen $u_{H(t)}$

Superposition giver, at spændingen på bryderens højre pol, er summen af spændingen på grund af den injicerede strøm og stationærværdien af spændingen

$$u_{H(t)} = u_{Hs(t)} + u_{Hi(t)}$$

$$u_{H(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L \cdot l}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega \cdot t) - Z \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot (-t + 12 \cdot \tau)$$

Yderlige reduktion giver

$$u_{H(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot (L \cdot l \cdot \cos(\omega \cdot t) + Z \cdot (t - 12 \cdot \tau)) \quad \text{Ligning 25}$$

Laplacetransformation giver følgende

$$L u_{H(t)} = U_{H(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \left(L \cdot l \cdot \frac{s}{s^2 + \omega^2} - Z \cdot \left(\frac{1}{s^2} - \frac{12}{s} \right) \right) \quad \text{Ligning 26}$$

Spændingen over brydergabet $u_{b(t)}$

Med at samle spændingerne på venstre siden og den på højre siden sammen, kan brydergabets spændingen bestemmes

$$u_{b(t)} = u_{V(t)} - u_{H(t)}$$

$$u_{b(t)} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) - \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega_i \cdot t) \right) - \left(\frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot (L \cdot l \cdot \cos(\omega \cdot t) + Z \cdot (t - 12 \cdot \tau)) \right)$$

Yderlige reduktion giver

$$u_{b(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) - \cos(\omega_i \cdot t) - \frac{Z}{L_k} \cdot (t - 12 \cdot \tau) \right) \quad \text{Ligning 27}$$

Ud fra denne ligning kan ses at den tilbagevendende spænding er samling af tre spændinger med forskellige frekvenser, den driftsfrekvente (50 Hz), spænding som bestemmes ud fra reaktansen på kildesiden (typisk nogle kHz) og spændingen af vandreboelgen (typisk nogle hundred kHz). Det er også muligt at sige at spændingen over brydergabet er kun spændingerne som forekommer på grund af den injicerede strøm. Her bliver det vist med ligninger i Laplacedomæne.

$$U_{b(s)} = U_{V(s)} - U_{H(s)} = (U_{Vs(s)} + U_{Vi(s)}) - (U_{Hs(s)} + U_{Hi(s)})$$

Hvor $U_{Vs(s)}$ er lig med $U_{Hs(s)}$ så går disse to størrelse ud for hinanden. Her har været valgt at kigge på tiden med refleksioner af vandreboelgen på $10 \cdot \tau$ dermed har været vist at parentesen $(t - n \cdot \tau)$, kan reduceres til $(t - 12 \cdot \tau)$ (se ligninger 22 og 23). Laplacetransformation af denne parentes giver

$$L(t - 12 \cdot \tau) = \frac{1}{s^2} - \frac{12 \cdot \tau}{s}$$

Spændingen over brydergabet bliver så med Laplacetransformation

$$L u_{b(t)} = U_{b(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \left(L \cdot l \cdot \frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{s}{s^2 + \omega_t^2} - \frac{Z}{L_k} \cdot \left(\frac{1}{s^2} - \frac{12}{s} \right) \right) \quad \text{Ligning 28}$$

Den maksimale spænding over brydergabet

Her skal spændingen på venstre siden af bryder findes. Her er gået efter at vandreboelgen på lastsiden er uddøet og spændingen på kildesiden er udæmpet. Den maksimale spændingsværdi på bryderens venstre pol optræder til tidspunktet $t = \frac{1}{2} \cdot T_k$. Hvor T_k er periodetiden til den tilbagevendende spænding på kildesiden. Frekvensen for denne spænding kan findes på følgende måde

$$f_k = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_k \cdot C}}$$

Frekvensindhold af vandreboelgen kan findes ved

$$f_l = \frac{1}{T_l}$$

Hvor periodetiden kan bestemmes ud fra

$$2 \cdot \tau = \frac{1}{2} \cdot T_l \Leftrightarrow T_l = 4 \cdot \tau$$

I løbet af 5 perioder af periodetiden er T_l på lastsiden optræder den maksimale spænding på kildesiden. Efter $20 \cdot \tau$ vil vandreboelgen på lastsiden være døet ud og spændingen på den venstre side som er

$$u_{v(t)} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(\cos(\omega \cdot t) - \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \cos(\omega_t \cdot t) \right)$$

Vil være til tiden $t = \frac{1}{2} \cdot T_k$

$$u_{v(t)} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(1 + \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \right) = U_{b,\max} \quad \text{Ligning 29}$$

På grund af $\cos(x \cdot t)$ hvor $t = \frac{1}{2} \cdot T_k$ er lige med 1. Det er akkurat den maksimale spænding over brydergabet, hvor spændingen på den venstre side er uddøet.

Stejlheden

Stjlheden er den maksimale stigning af spændingen på bryderens højre side. Og sker på tidspunktet hvor de lave frekvenser f og f_t ophæver hinanden. Derfor kan spændingen $u_{b(t)}$ beskrives som

$$u_{b(t)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l} \cdot (t - 2 \cdot (t - 2 \cdot \tau) + 2 \cdot (t - 4 \cdot \tau) - 2 \cdot (t - 6 \cdot \tau) + \dots) \text{ for } t \leq \sqrt{L_k \cdot C} \quad \text{Ligning 30}$$

Det ses at overstående udtryk har sit maksimum ved $t = 2 \cdot \tau$. Der med kan den maksimale spænding på venstre siden (bryderpol 2) beskrives som

$$U_{b2, \max} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l} \cdot 2 \cdot \tau = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot U_f \cdot L \cdot l}{L_k + L \cdot l}$$

Stjlheden kan beskrives som hældningen af den maksimale spænding

$$\frac{\Delta U_{b2, \max}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot U_f \cdot L \cdot l}{(L_k + L \cdot l) \cdot 2 \cdot \tau} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot L \cdot l}{\tau \cdot (L_k + L \cdot l)} \quad \text{Ligning 31}$$

Overføringsfunktion

Her bestemmes overføringsfunktionen ud fra fasespændingen som indgang og spændingen over brydergabet som udgang.

$$G_{(s)} = \frac{X_{(s)}}{Y_{(s)}} = \frac{U_{f(s)}}{U_{b(s)}}$$

Det giver overføringsfunktionen

$$\frac{U_{H(s)}}{U_{F(s)}} = \frac{\sqrt{2} \cdot L_k}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{s}{s^2 + \omega_t^2} - \frac{Z}{L_k} \cdot \left(\frac{1}{s^2} - \frac{12 \cdot \tau}{s} \right) \right) \quad \text{Ligning 32}$$

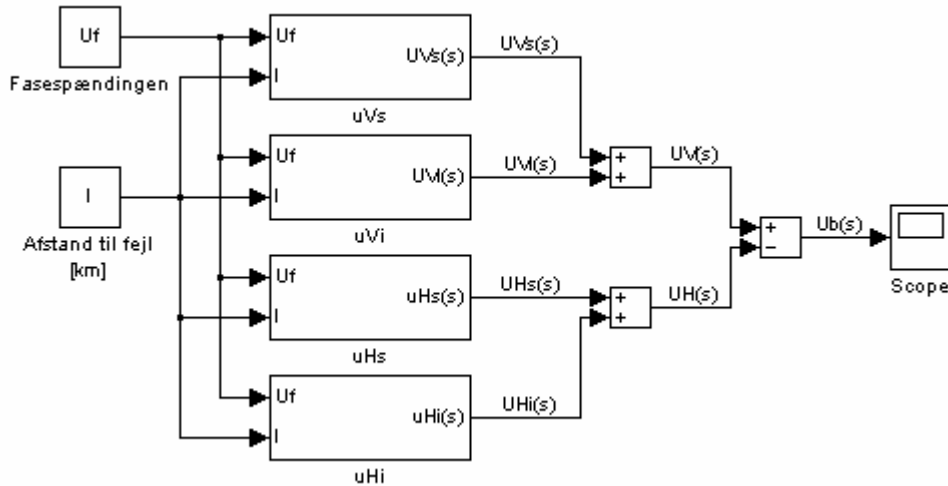
Realisering

Her vises modellen som konstrueres i MatLab/Simulink. Modellen i MatLab/Simulink er opbygget for hver spænding for sig (hver spænding har sit eget subsystem), derfor skrives individuelt om hver spænding i denne afsnit. Det er bestemt at bruge ligningen til brydergabespændingen hvor begge stationær og transiente spændinger kommer i, dog det har været vist at spændingen over brydergabet er kun opbygget af de transiente spændinger på højre og venstre siderne. Det er valgt så muligt er at kigge på alle spændinger. I afsnittet skrives om valget af ligningsløser Så ligningerne bliver enkelte som muligt i MatLab/Simulink, er bestemt at bruge spændingsligningerne som er i Laplacedomæne.

Samlet system

Her er bestemt at simulere alle spændinger, så det er muligt at kigge på dem en af en. Ligningen som bruges til at implementere hel systemet er

$$U_{b(s)} = U_{V(s)} - U_{H(s)} = (U_{Vs(s)} + U_{Vi(s)}) - (U_{Hs(s)} + U_{Hi(s)})$$

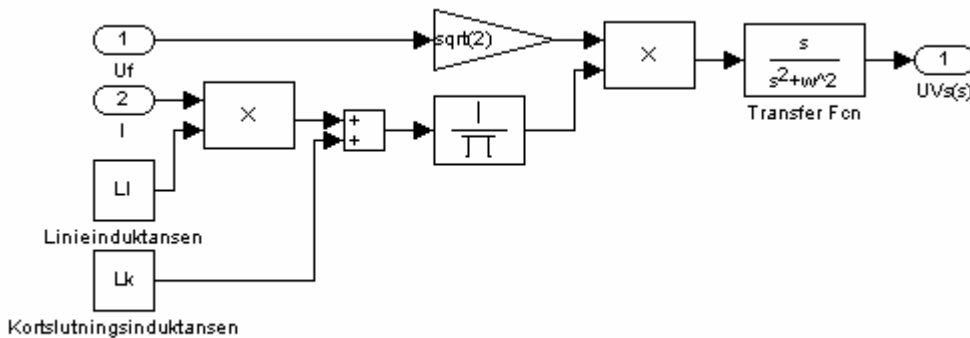


Figur 6 viser samlet system i MatLab/Simulink for spændingen $U_{b(s)}$ over brydergabet.

Spændingerne $U_{Hs(s)}$ og $U_{Vs(s)}$

Hvor begge stationærspændingerne $U_{Vs(s)}$ og $U_{Hs(t)}$ er lig med hinanden så kan dem blev implementeres på samme måde i Simulink. Ligningen som bruges til modellering af spændingerne

$$U_{Vs(s)} = U_{Hs(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} \right)$$

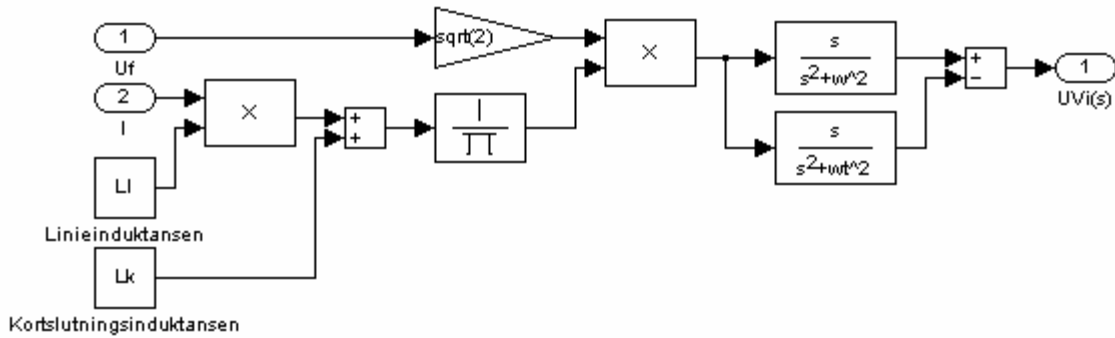


Figur 7 viser Simulink model for spændingerne $u_{Vs(t)}$ og $u_{Hs(t)}$

Spændingen $U_{Vi(s)}$

Udfrå følgende ligning er model i Simulink konstrueret

$$U_{Vi(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{s}{s^2 + \omega^2} - \frac{s}{s^2 + \omega_t^2} \right)$$

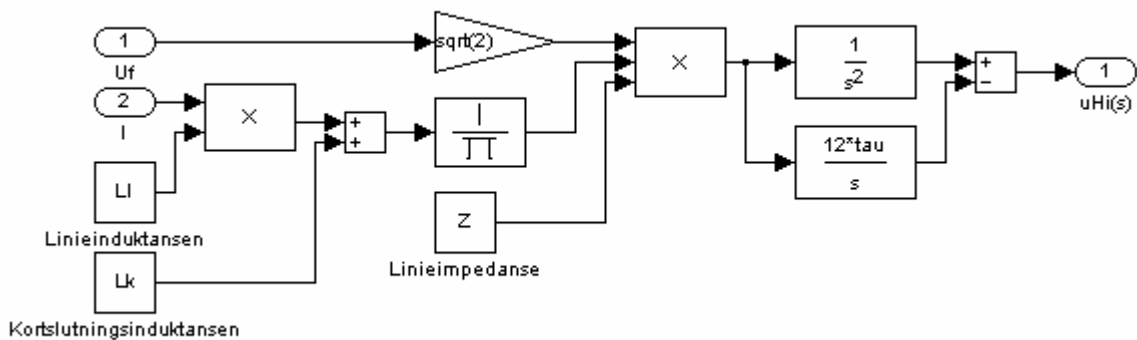


Figur 8 viser Simulink model for spændingen $U_{Vi}(s)$

Spændingen $U_{Hi}(s)$

Ud fra følgende ligning er model i Simulink konstrueret

$$L u_{H(t)} = U_{H(s)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l} \cdot \left(\frac{1}{s^2} - \frac{12}{s} \right)$$



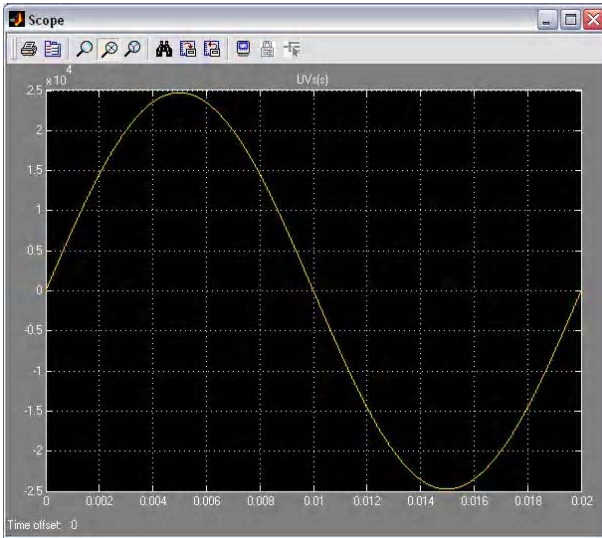
Figur 9 viser Simulink model for spændingen $U_{Hi}(s)$

Ligningsløser

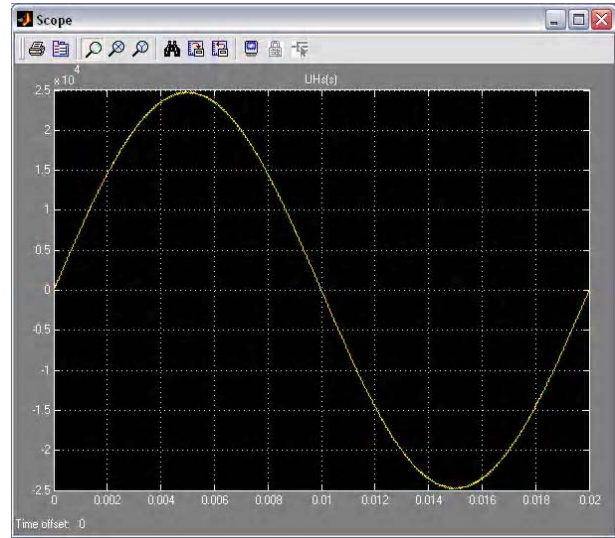
I første omgang er prøvet at køre i gennem simuleringen med variable step ode45 da denne løser er god til det fleste typer af systemer og er default i MatLab/Simulink. Metoden er baseret på Runge Kutta numerisk løsningsmetode, hvor Runge Kutta metoden er de mest præcise løsningsmetode. ode45 er en skridts ligningsløser, dvs. at metoden har kun bruge for foregående værdi til at beregne nuværende værdi. Til valg af skriftlængden er det bestemt at bruge variable step, hvor MatLab bestemmer selv passende værdi til skridtlængden.

Simuleringsresultater

Her vises resultaterne af simuleringen i MatLab/Simulink i form af plotter af alle spændingerne i systemet. Spændingerne bliver vist hver for sig.



(a)



(b)

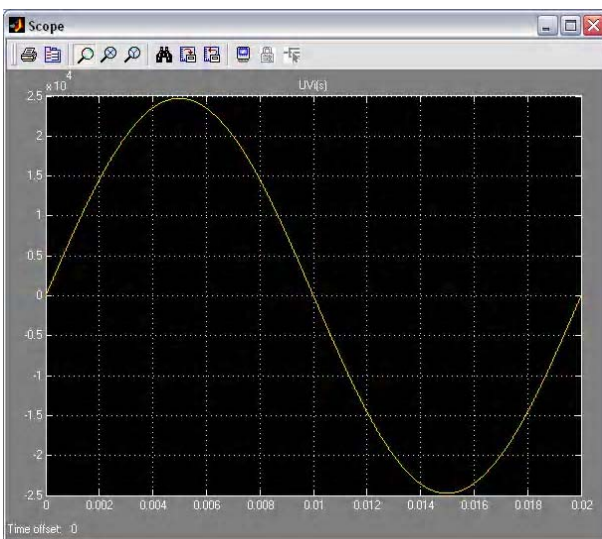
Figur 10 (a) viser plot af spændingen $U_{Vs(s)}$, her ses at frekvensen er 50 Hz, den samme som frekvensen af fasespændingen (b) viser plot af spændingen $U_{Hs(s)}$, her ses at frekvensen er 50 Hz, den samme som frekvensen af fasespændingen. Hvis figur 11 er sammenlignet med denne figur ses at $U_{Hs(s)} = U_{Vs(s)}$

Frekvensindholdet af den tilbagevendende spænding kan findes med valgte værdier

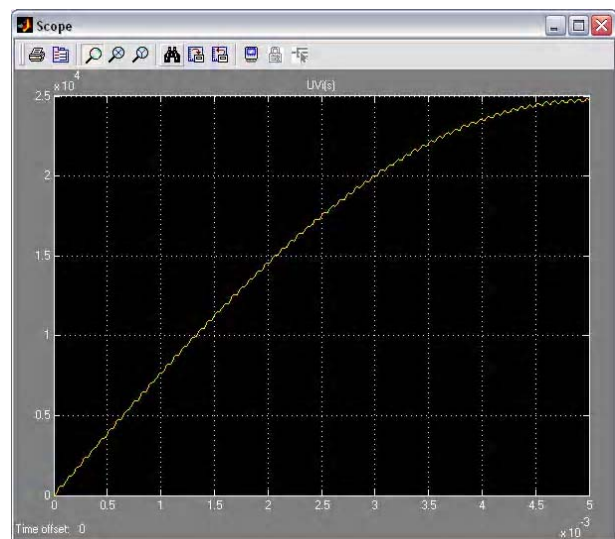
$$f_k = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_k \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{15 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-9}}}$$

$$f_k = 13 \text{ kHz} \Leftrightarrow T_k = 77 \mu\text{s}$$

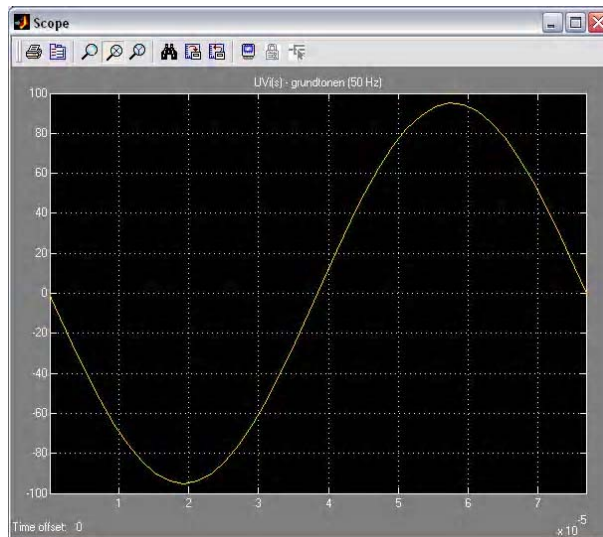
Denne frekvens skal være på spændingen $U_{Vi(s)}$, samt grundtonen til 50 Hz. Figur 11c viser at så er.



(a)

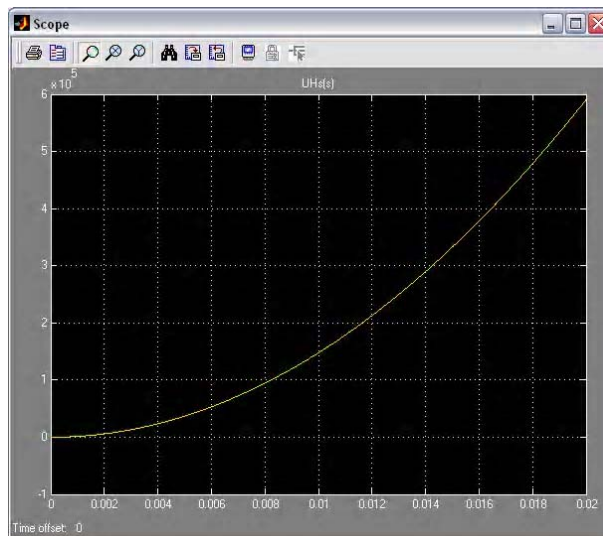


(b)



(c)

Figur 11 (a) viser plot af spændingen $U_{Vi(s)}$, her ses at frekvensen er 50 Hz, den samme som frekvensen af fasespændingen. Men det er nødvendigt at kigge dybere på denne spænding. (b) viser plot af spændingen $U_{Vi(s)}$, med kvartdel af perioden. Her kan godt ses at højfrekvent spænding i grundtonen. (c) viser plot hvor grundtonen af 50 Hz har været trykket fra $U_{Vi(s)}$ og det kan ses at signalet nærmer 13 kHz (periode på ca. 0,77 μ s)



Figur 12 viser spændingen $U_{Hi(s)}$

Den maksimale værdi af spændingen på bryderens venstre side optræder til tidspunktet $t = \frac{1}{2} \cdot T_k$ som giver 38,5 μ s. I løbet af 5 perioder ($\frac{1}{2} \cdot T_k / T_l = 5$ perioder) af periodetiden på lastside optræder den maksimale spænding på kildesiden ved $20 \cdot \tau$, i løbet af $20 \cdot \tau$ vil vandreboigen på lastside være døet ud. Dermed kan den forventede maksimal spænding beregnes med valgte værdier

$$U_{b,\max} = \sqrt{2} \cdot U_f \cdot \left(1 + \frac{L_k}{L_k + L \cdot l} \right)$$

$$U_{b,\max} = \sqrt{2} \cdot \frac{150 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + \frac{15 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3} + 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6} \right) = 239 \text{ kV}$$

Maksimal stejlheden kan også findes ud fra valgte værdier

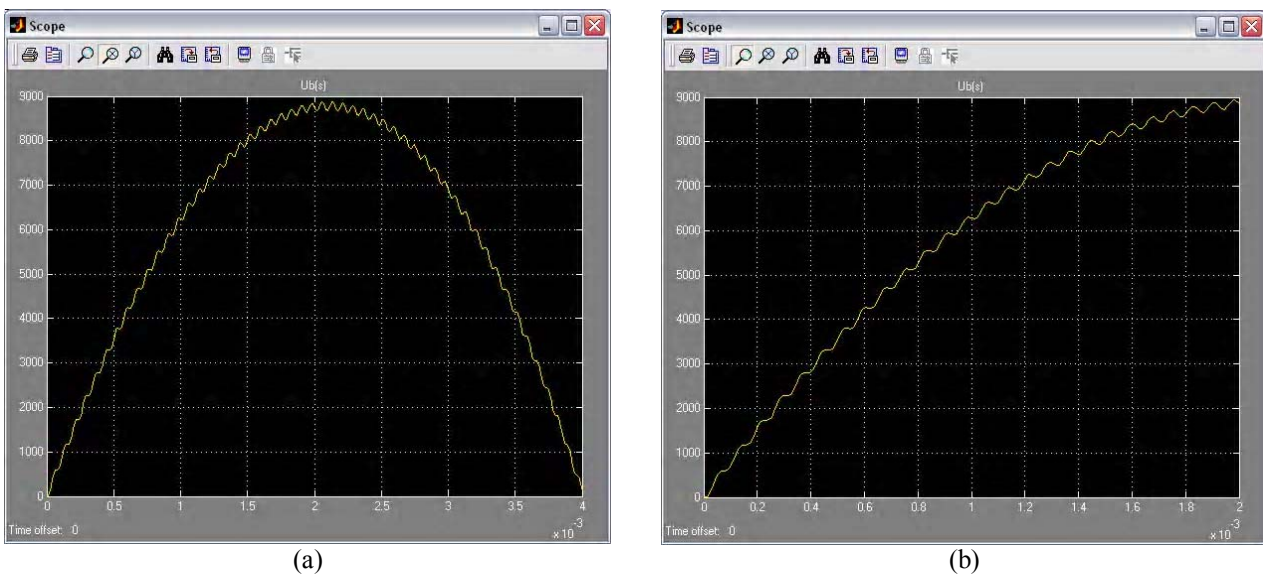
$$\frac{\Delta U_{b\max}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_f \cdot Z}{L_k + L \cdot l}$$

$$\frac{\Delta U_{b\max}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{150 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \cdot 382}{15 \cdot 10^{-3} + 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6} = 2,97 \frac{\text{kV}}{\mu\text{s}} = 3 \frac{\text{kV}}{\mu\text{s}}$$

Hvor Z kan findes som

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C_l}} = \sqrt{\frac{1,27 \cdot 10^{-3}}{8,73 \cdot 10^{-9}}} = 382 \Omega \quad \text{hvor} \quad C_l = \frac{1}{L \cdot v^2}, \quad v = 0,3 \frac{\text{km}}{\mu\text{s}}$$

Simulering viser at den maksimale spænding bliver omkring 9 kV, som er langt fra 239 kV. Også viser det sig at spændingstoppen forekommer ved 2 ms men ikke 38,5 μs . Det kan læses af figur 13.



Figur 13 viser spændingen over bryderegabet $U_{b(s)}$ (b) viser at maksimalspændingen forekommer ved 2 ms.

Konklusion

Dette opgave viste sig at være meget sjovt, men lidt hårdere end man tro i første gang. Først var hel projektet implementeret i MatLab i tidsdomæne, derfor var brugt god tid at finde ud hvordan parenteser til vandrebølgen kunne implementeres i MatLab. Mange ideer var prøvet men i sluttet var prøvet at sætte ligningerne i Laplacedomæn. Det viste sig at være den nemmeste metode til parenteser og lavede alle ligninger til spændingerne enkelttære. Dog var vi nødvendig at starte hel forfra med systemet.

Det har vist sig at visse simulerede spændinger er ikke akkurat som forventet. Det var så besluttet efter lang tid at vise frem simulerede spændinger og vise beregninger til. Det har ikke været muligt at få fat i fejlen ind til nu.